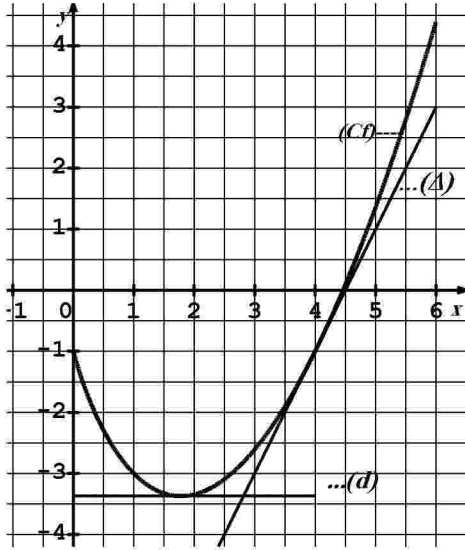


التمرين الأول: (3.5ن)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 المنحني (C_f) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة

على المجال $[0; 6]$ وقابلة للاشتقاق على المجال $]0; 6[$

المستقيمان (Δ) و (d) هما المماسان للمنحني (C_f) في

النقطتين اللتين فاصلتهما 4 و $\frac{16}{9}$ على الترتيب

1° بقراءة بيانية عين $f(4)$ ، $f'(4)$ و $f'\left(\frac{16}{9}\right)$

2° حل بيانيا في المجال $]0; 6[$ المترجمات التالية

أ° $f(x) < -1$ ب° $f'(x) \geq 0$ ج° $0 \leq f'(x) \leq 2$

3° نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; 6]$: $f(x) = a + x(b\sqrt{x} - 4)$

أ°/ باستعمال السؤال 1° أوجد العددين الحقيقيين a و b

ب°/ استنتج معادلة لكل من (Δ) و (d)

التمرين الثاني: (3 ن)

لتكن المعادلة التفاضلية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $y' + 2y = 4x + 3$(1)

1° لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و f' دالتها المشتقة

أثبت أنه إذا كانت الدالة f حلا للمعادلة التفاضلية (1) فإن الدالة f' هي

حلا للمعادلة التفاضلية $y' + 2y = 4$(2)

2° عين حلول المعادلة التفاضلية (2) ثم استنتج حلول المعادلة التفاضلية (1)

3° عين الدالة f حيث f هي حل للمعادلة التفاضلية (1) و تحقق $f(0) = 0$

التمرين الثالث: (5 ن)

1° (u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول u_0 حيث: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{4}{4 - u_n}$

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 2$

2° نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أ°/ أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول

ب°/ أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n

ج°/ جد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = \frac{2019}{1010}$

د°/ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3° أ° / أكتب بدلالة n المجموع s_n حيث $s_n = 2u_0 + 3u_1 + 4u_2 + \dots + (n+2)u_n$

ب° / جد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $s_n = 182$

التمرين الرابع: (8.5)

I لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = x - \ln(x)$

أ° / أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

ب° / استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[\cup]-1; -\infty[$ بـ :

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 + x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) & ; x \in]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[\\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1° أ° / أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ب° / بين أن f مستمرة على يمين العدد 0

ج° / أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسياً

2° أ° / بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[\cup]-1; -\infty[$

يكون $f'(x) = g\left(\frac{x}{x+1}\right)$ حيث f' مشتقة الدالة f

ب° / أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ج° / بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-2.32 < \alpha < -2.3$

3° أ° / أحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x - 1)$ ثم فسر النتيجة هندسياً

ب° / بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

4° أ° / الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[\cup]-1; -\infty[$ بـ $h(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - 1$

أ° / أدرس اتجاه تغير الدالة h' ثم شكل جدول تغيراتها حيث h' مشتقة الدالة h

ب° / شكل جدول تغيرات الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$

ج° / حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

5° أ° / أرسم (Δ) و (C_f)

$$\text{III } \varphi \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ : } \varphi(x) = \begin{cases} x + 1 + x \ln\left(1 + \frac{1}{|x|}\right) & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$$

و (C_φ) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1° / بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى

2° / (C_φ) انطلقاً من (C_f) أرسم (C_φ)

انتهى